МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ, КУЛЬТУРЫ И СПОРТА РА
ГОУ ВПО РОССИЙСКО-АРМЯНСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ

Институт Математики и Информатики
Кафедра математики и математического моделирования

ВОПРОСЫ КАНДИДАТСКОГО МИНИМУМА ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ

Ա.01.02 «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА (ԴԻՖԵՐԵՆՑԻԱԼ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐ, ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՖԻԶԻԿԱ)»

Утверждено кафедрой математики и мат. моделирования
Протокол №9 от 09.02.2024 г.

И. о. зав. кафедрой математики
и мат. моделирования **Тоноян Г.Г.**

Ереван-2024

Введение

Целью обучения в аспирантуре по специальности “Дифференциальные уравнения и математическая физика” является подготовка преподавателей и научных работников высшей квалификации, имеющих навыки чтения лекции по данной тематике, проведения соответствующих научных исследований на современном уровне, полезных как для теории, так и для практики.

Обучение заканчивается подготовкой кандидатской диссертации на актуальную тему по указанной специальности.

Раздел I. Дифференциальные уравнения

Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Задача Коши. Теоремы существования и единственности (для уравнения первого порядка, для линейных и нелинейных нормальных систем).
2. Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения и системы с постоянными коэффициентами.
3. Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения и системы с переменными коэффицентами. Формула Лиувилля –Остроградского.
4. Непрерывная зависимость решения от начальных значений и параметров.
5. Дифференцируемость решения по начальным значениям и параметрам.
6. Непродолжаемые решения.
7. Автономые системы и их свойства.
8. Устойчивость по Ляпунову. Теорема Ляпунова.

Уравнения с частными производными

1. Задача Коши. Теорема Коши–Ковалевской. Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка.
2. Физические задачи, приводящиеся к эллиптическим уравнениям. Гармонические функции. Интегральное представление гармонических функций. Свойства гармонических функций (гладкость, теорема о среднем значении, принцип Максимума, теоремы Гарнака, теорема Лиувилля, теорема об устранимой особенности).
3. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Обобщенные решения эллиптических краевых задач с однородными и неоднородными граничными значениями.
4. Гладкость обобщенных решений, классические решения.
5. Вариационный метод решений эллиптических задач.
6. Задачи на собственные значения. Собственные функции и собственные значения. Вариационные свойства собственных значений и собственных функций.
7. Физические задачи, приводящиеся к параболическим уравнениям. Свойства решения уравнения теплопроводности, фундаментальное решение уравнения

теплопроводности. Основные смешанные задачи для уравнения теплопроводности, их классические и обобщенные решения. Метод Фурье для решений смешанных задач.

8. Физические задачи, приводящиеся к гиперболическим уравнениям. Решение задачи Коши для волнового уравнения (формулы Кирхгофа, Пуассона, Даламбера). Фундаментальное решение. Смешанные задачи для волнового уравнения. Метод Фурье для гиперболических уравнений. Обобщенное решение.

Раздел II. Функциональный анализ

1. Обобщенные функции, производная обобщенных функций, свертка обобщенных функций. Пространства S медленно растущих функций. Обобщенные функции медленного роста S'. Преобразование Фурье в L_1, S, S'. Свойства преобразования Фурье в S, S'.

2. Производная по С. Л. Соболеву. Пространства $W_p^k(R^n)$, $W_p^k(\Omega)$, $H^k(R^n)$, $H^k(\Omega)$. Эквивалентные нормы в этих пространствах.

3. Элементы вариационного исчисления. Уравнение Эйлера Лагранжа. Принцип максимума Понтрягина. Теоремы Фредгольма. Решения интегральных уравнений. Интегральные уравнения с Эрмитовым ядром.

4. Линейный оператор, ядро, образ. Спектор, резольвента оператора. Вполне непрерывные операторы. Теорема Гильберта - Шмидта.

Раздел III. Численные методы.

1. Численные методы решений обыкновенных дифференциальных уравнений (метод Эйлера, метод Рунге –Кутта).

2. Разностные и вариационно-разностные методы решений краевых задач для эллиптических, гиперболических и параболических уравнений (явные и неявные схемы).

3. Метод Ритца и Галеркина для решений краевых задач.

Литератута

1. Понтрягин Л.С., Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1974.
2. Смирнов В.И., Курс высшей математики, т. 4, част I и II , М. Наука, 1981.
3. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В., Оптимальное управление. М.: Наука, 1979.
4. Владимиров В.С., Уравнения математической физики. М.: Наука, 1984.
5. Тихонов А.Н., Самарский А.А., Уравнения математической физики. М.: Наука, 1981.
6. Петровский И.Г., Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Физмат 1961.
7. Михайлов В.П., Дифференциальные уравнения в частных производных. М.: Наука, 1983 .

8. Хермандер Л., Анализ линейных днфференциальных операторов с частными производными. М. : Мир, 1986, том 1-5.
9. Марчук Г.И., Агошков В.И., Введение в проекционно-сеточные методы. М.: Наука, 1981.
10. Бесов О.В., Ильин В.П., Никольский С.М., Интегральные представления и теоремы вложения. М.: Мир, 1989.
11. Ладыженская О.А., Уральцева Н.Н., Линейные и квазилинейные уравнения эллиптичного типа. М.: Наука, 1978.
12. Леонс Ж.Л., Мадженес Э., Неоднородые граничные задачи и их приложения. М.: Мир, 1971.
13. Канторович Л. В., Акилов Г. П., Функциональный анализ. М.: Наука, 1977.
14. Треногин В. А. Функциональный анализ. М. : Наука, 1980.
15. Люстерник Л. А., Соболев В. И., Элементы функционального анализа. М.: Наука, 1965.
16. Ладыженская О. А., Краевые задачи математической физики. М.: Наука, 1973.
17. Бахвалов Н. С., Численные методы. М.: Наука, 1975.
18. Самарский А. А., Николаев Е. С., Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978.
19. Крылов В. И., Приближенное вычисление интегралов. М.: Наука, 1967.
20. Михлин С. Г., Вариационные методы в математической физике. М. : Наука, 1970.
21. Оганесян Л. А., Руховец Л. А., Вариационно–разностные методы решения эллиптических уравнений . Ереван : Изд –во АН АрмССР, 1979.